

# ΟΙ ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΤΡΟΧΙΩΝ ΤΩΝ ΕΞΩΠΛΑΝΗΤΩΝ ΑΠΟ ΤΟΝ ΑΣΤΕΡΑ ΤΟΥΣ. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΤΥΠΟΣ

Πολυχρόνης Καραγκιοζίδης χημικός  
Σχολικός Σύμβουλος Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης  
Ακροπόλεως 49 54634 Θεσσαλονίκη  
Mail: [info@polkarag.gr](mailto:info@polkarag.gr) Site: <http://www.polkarag.gr>

## Περίληψη

Για τις αποστάσεις εξωπλανητών από τον αστέρα τους, ισχύει μαθηματικός τύπος, ο οποίος προκύπτει από κατάλληλη τροποποίηση του νόμου Titius Bode.

Συγκεκριμένα ισχύει σε πέντε ή έξι περιπτώσεις πλανητικών συστημάτων, σε καθένα από τα οποία έχουν ανακαλυφθεί τουλάχιστον τρεις πλανήτες.

## ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

Για τις αποστάσεις πλανητών από τον αστέρα τους, καθώς και για τις αποστάσεις δορυφόρων δύο μεγάλων πλανητών του Ηλιακού συστήματος, ισχύει ο ίδιος μαθηματικός τύπος:

$$D = \lambda \cdot 2^x + \kappa$$

όπου  $\kappa$  και  $\lambda$  σταθερές του συστήματος και συγκεκριμένα  $\kappa$ : η απόσταση μικρού σχετικώς αντικειμένου που περιφέρεται κοντά στο κέντρο του συστήματος και  $\lambda$  η διαφορά του  $\kappa$  από την απόσταση του πρώτου πλανήτη ή δορυφόρου της σειράς. [1]

### Παράδειγμα: Για το ηλιακό σύστημα έχουμε:

$\kappa = 0,4$  AU που αντιστοιχεί στην απόσταση του Ερμή από τον Ήλιο και  $\lambda = 0,3$  AU, που αντιστοιχεί στη διαφορά των αποστάσεων των τροχιών Αφροδίτης και Ερμή, οπότε ο τύπος  $D = \lambda \cdot 2^x + \kappa$  γίνεται:

$$D = 0,3 \cdot 2^x + 0,4$$

Πλανήτης	x	D (AU)	Πραγματική απόσταση (AU)	Απόκλιση %
Αφροδίτη	0	0,7	0.72	-2,78
Γη	1	1	1	0,00
Αρης	2	1,6	1.52	5,26
Δήμητρα	3	2,8	2.76	1,45
Δίας	4	5,2	5.2	0,00
Κρόνος	5	10	9.6	4,17
Ουρανός	6	19,6	19.2	2,08

## ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΙΣ ΘΕΣΕΙΣ ΕΞΩΠΛΑΝΗΤΩΝ

Για να ελεγχθεί η ισχύς του τύπου σε κάποιο σύστημα πρέπει αυτό να περιέχει τουλάχιστον τρεις πλανήτες. Μέχρι την 1/1/2011 έχουν ανακαλυφθεί εννέα εξωπλανητικά συστήματα με πλανήτες περισσότερους από δύο. Ο τύπος ισχύει, με ικανοποιητική προσέγγιση, σε έξι από αυτά.

### 1) Για τον αστέρα HD 69830 [2], [7]

στο σύστημα του οποίου ανιχνεύθηκαν τρεις πλανήτες, φαίνεται ότι ισχύει ο τύπος:

$$D = 0,0367 \cdot 2^x + 0,0433 \quad (\kappa=0,0433 \quad \lambda=0,0367)$$

Πλανήτης	x	D (AU)	Πραγματική απόσταση (AU)	Απόκλιση %
	-1	0,062		
<b>b</b>	0	<b>0,080</b>	<b>0,079</b>	1,25
	1	0,117		
<b>c</b>	2	<b>0,190</b>	<b>0,186</b>	2,16
	3	0,337		

<b>d</b>	4	<b>0,631</b>	<b>0,630</b>	0,08
	5	1,218		
	6	2,392		

**2) Για τον αστέρα HR 8799 [3], [7] ή HD218396**

στο σύστημα του οποίου ανιχνεύθηκαν τρεις πλανήτες, φαίνεται ότι ισχύει ο τύπος:

$$D = 7,3 \cdot 2^x + 9,4 \quad (D=\lambda \cdot 2^x + \kappa)$$

Πλανήτης	x	D (AU)	Πραγματική απόσταση (AU)	Απόκλιση %
	0	16,7		
<b>d</b>	1	<b>24,0</b>	<b>24</b>	0,00
<b>c</b>	2	<b>38,6</b>	<b>38</b>	1,58
<b>b</b>	3	<b>67,8</b>	<b>68</b>	-0,29
	4	126,2		
	5	243,0		

**3) Για τον αστέρα Gliese 581 [4], [7]**

στο σύστημα του οποίου ανιχνεύθηκαν τέσσερις πλανήτες, φαίνεται ότι ισχύει ο τύπος:

$$D = 0,013 \cdot 2^x + 0,017 \quad (D=\lambda \cdot 2^x + \kappa)$$

Πλανήτης	x	D (AU)	Πραγματική απόσταση (AU)	Απόκλιση %
	-1	0,0235		
<b>e</b>	0	<b>0,0300</b>	<b>0,030</b>	0,00
<b>b</b>	1	<b>0,0430</b>	<b>0,041</b>	4,65
<b>c</b>	2	<b>0,0690</b>	<b>0,070</b>	-1,45
	3	0,1210		
<b>d</b>	4	<b>0,2250</b>	<b>0,220</b>	2,22
	5	0,4330		

**4) Στον αστέρα HD160691 [5], [7]**

ανιχνεύθηκαν τέσσερις πλανήτες, για τους τρεις από τους οποίους φαίνεται ότι ισχύει ο τύπος:

$$D = 0,3 \cdot 2^x + 0,3 \quad (D=\lambda \cdot 2^x + \kappa)$$

Πλανήτης	x	D (AU)	Πραγματική απόσταση (AU)	Απόκλιση %
	0	0,60		
<b>d</b>	1	<b>0,90</b>	<b>0,92</b>	-2,2
<b>b</b>	2	<b>1,50</b>	<b>1,50</b>	0,0
	3	2,70		
<b>e</b>	4	<b>5,10</b>	<b>5,20</b>	-2,0
	5	9,90		
	6	19,50		

Ο πλανήτης (c) που δεν ανταποκρίνεται στον τύπο, βρίσκεται στην απόσταση των 0,0909AU. (βιβλιογραφία 8)

**5) Για τον αστέρα HD 40307 [9]**

στο σύστημα του οποίου ανιχνεύθηκαν τρεις πλανήτες, φαίνεται ότι ισχύει ο τύπος:

$$D = 0,031 \cdot 2^x + 0,016 \quad (D=\lambda \cdot 2^x + \kappa)$$

Πλανήτης	x	D (AU)	Πραγματική απόσταση (AU)	Απόκλιση %
	-1	0,0315		
<b>b</b>	0	<b>0,0470</b>	<b>0,047</b>	0,00
<b>c</b>	1	<b>0,0780</b>	<b>0,081</b>	-3,85

<b>d</b>	2	0,1400	0,134	4,29
	3	0,2640		
	4	0,5120		

### 6) Στον αστέρα 55\_Cancri. [6]

ανιχνεύθηκαν πέντε πλανήτες, για τους τέσσερεις από τους οποίους φαίνεται ότι ισχύει ο τύπος:

$$D = 0,024 \cdot 2^x + 0,015$$

Πλανήτης 55 Cancri	x	D (AU)	Πραγματική απόσταση (AU)	Απόκλιση %
	-1	0,027		
<b>e</b>	0	<b>0,039</b>	<b>0,0380</b>	<b>0,00</b>
	1	0,063		
<b>b</b>	2	<b>0,111</b>	<b>0,1150</b>	<b>3,48</b>
<b>c</b>	3	0,207	0,2401	14,11*
	4	0,399		
<b>f</b>	5	<b>0,783</b>	<b>0,7850</b>	<b>0,25</b>
	6	1,551		
	7	3,087		
<b>d</b>	8	<b>6,159</b>	<b>5,9010</b>	<b>-4,37</b>

\* μη αποδεκτή προσέγγιση

### ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1) Ο τύπος αυτός ίσως διευκολύνει την ανεύρεση και άλλων εξωπλανητών του ίδιου όμως συστήματος, όπως τα έξι προαναφερθέντα, καθώς για τις τιμές του x στις οποίες δεν αντιστοιχούν ανακαλυφθέντες πλανήτες, υπάρχουν ενδεχομένως πλανήτες που δεν έχουν ακόμη ανακαλυφθεί. Εξ άλλου από τα χαρακτηριστικά του αστέρα και τις αποστάσεις των πλανητών μπορεί να βρεθεί η περίοδος περιφοράς τους, όπως την υπολογίζω στη συνέχεια.

2) Η εφαρμογή του τύπου στους πλανήτες του ηλιακού συστήματος και στους δορυφόρους των πλανητών Δία και Ουρανού, προκύπτει από γενίκευση και τροποποίηση του νόμου Titius Bode, και είναι δημοσιευμένη στο περιοδικό

“Astronomical Society of the Pacific – Conference Series” (βιβλιογραφία 1) .

3) Η ικανοποιητική απόκλιση των θέσεων των εξωπλανητών, όπως αυτές προκύπτουν από την εφαρμογή του τύπου, συνηγορεί υπέρ της ορθότητάς του. Η απόκλιση είναι ικανοποιητικότερη από την περίπτωση του ηλιακού συστήματος, σύμφωνα με το νόμο Titius Bode.

4) Για έναν πρόχειρο έλεγχο της αξιοπιστίας του τύπου, αναφέρω τα εξής: Αν υπήρχε πανομοιότυπο πλανητικό σύστημα με το ηλιακό στο οποίο θα ανακαλύπταμε τρεις πλανήτες μεταξύ των οποίων τον Ποσειδώνα, δεν θα μπορούσε να βρεθεί τύπος για τις αποστάσεις τους. Αν ανακαλύπταμε τουλάχιστον τέσσερεις μεταξύ των οποίων και τον Ποσειδώνα, θα έβρισκα τον ίδιο ή παραπλήσιο τύπο, με εκείνον για το Ηλιακό Σύστημα, ο οποίος όμως δεν θα ίσχυε για τον Ποσειδώνα, όπως στο παράδειγμα που ακολουθεί: Αν ανακαλύπταμε τους πλανήτες «Δία», «Κρόνος», «Ουρανός» και «Ποσειδώνας» θα πρότεινα τον τύπο:

$$D = 0,59 \cdot 2^x + 0,41$$

οπότε θα είχαμε:

Πλανήτης	x	D (AU)	Πραγματική απόσταση (AU)	Απόκλιση %
	-1	0,705		
	0	1		
	1	1,59		
	2	2,77		
<b>«Ζευς»</b>	<b>3</b>	<b>5,13</b>	<b>5,2</b>	<b>1,35</b>

«Κρόνος»	4	9,85	9,6	-2,60
«Ουρανός»	5	19,29	19,2	-0,47
	6	38,17		

5) Αν το σύστημα περιέχει μόνον δύο πλανήτες, ο τύπος που θα βρεθεί δεν δίνει πάντοτε ικανοποιητικά αποτελέσματα, όπως φαίνεται από δοκιμές.

### ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΕΡΙΟΔΩΝ ΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΤΩΝ ΜΗ ΑΝΑΚΑΛΥΦΘΕΝΤΩΝ ΠΛΑΝΗΤΩΝ

Από τους μεγάλους ημιάξονες περιφοράς  $D$  των εξωπλανητών που ανακαλύφθηκαν, καθώς και από τις περιόδους περιφοράς τους  $T$ , μπορεί να υπολογισθεί ο λόγος  $D^3/T^2$  ο οποίος σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Kepler είναι σταθερός. Στη συνέχεια, για κάθε πλανητικό σύστημα, από τη μέση τιμή του λόγου  $D^3/T^2$  και τις υπολογισθείσες από τον τύπο αποστάσεις των μη ανακαλυφθέντων πλανητών μπορούμε να υπολογίσουμε τις περιόδους περιφοράς τους  $T$ , όπως στο παράδειγμα που ακολουθεί. Σε κάθε περίπτωση θεωρούμε ότι ο ημιάξονας περιφοράς ταυτίζεται με τη μέση απόσταση του πλανήτη από τον αστέρα.

1) Για τον αστέρα **HD 69830** η μέση τιμή του λόγου  $D^3/T^2$  είναι  $6,49 \cdot 10^{-6}$

D(form)	D(real)	T(days)	$D^3$	$T^2$	$D^3/T^2$	T(estim) days	Deviat %
0,062						6,01	
0,080	<b>0,079</b>	8,667	0,00049304	75,117	$6,563 \cdot 10^{-6}$	8,88	-2,489
0,117						15,65	
0,190	<b>0,186</b>	31,560	0,00643486	996,03	$6,460 \cdot 10^{-6}$	32,54	-3,097
0,337						76,76	
0,631	<b>0,630</b>	197,000	0,25004700	38809	$6,443 \cdot 10^{-6}$	196,53	0,237
1,218						527,50	
2,392						1452,38	

2) Για τον αστέρα **HR 8799** η μέση τιμή του λόγου  $D^3/T^2$  είναι  $1,4628$

D(form)	D(real)	T(days)	$D^3$	$T^2$	$D^3/T^2$	T(estim) years	Deviation %
16,7						56,43	
24,0	<b>24</b>	100	13824	10000	1,382	97,21	2,787
38,6	<b>38</b>	190	54872	36100	1,520	198,28	-4,361
67,8	<b>68</b>	460	314432	211600	1,486	461,59	-0,345
126,2						1172,19	
243,0						3131,97	

3) Για τον αστέρα **Gliese 581** η μέση τιμή του λόγου  $D^3/T^2$  είναι  $2,457 \cdot 10^{-6}$

D(form)	D(real)	T(days)	$D^3$	$T^2$	$D^3/T^2$	T(estim) days	Deviat %
0,030	<b>0,030</b>	3,149	0,0000270	9,916	$2,7228 \cdot 10^{-6}$	3,315	-5,27
0,043	<b>0,041</b>	5,368	0,0000689	28,815	$2,3918 \cdot 10^{-6}$	5,689	-5,97
0,069	<b>0,073</b>	12,930	0,0003890	167,185	$2,3269 \cdot 10^{-6}$	11,563	10,57
0,121						26,852	
0,225	<b>0,220</b>	66,800	0,0106480	4462,240	$2,3863 \cdot 10^{-6}$	68,089	-1,93
0,433						181,775	

4) Για αστέρα **HD160691** η μέση τιμή του λόγου  $D^3/T^2$  είναι  $8,06 \cdot 10^{-6}$

D(form)	D(real)	T(days)	$D^3$	$T^2$	$D^3/T^2$	T(estim) days	Deviation %
0,60						163,704	
0,90	<b>0,92</b>	310,55	0,78	96441,30	$8,074 \cdot 10^{-6}$	300,744	3,16
1,50	<b>1,50</b>	643,25	3,38	413770,56	$8,157 \cdot 10^{-6}$	647,098	-0,60

2,70						1562,712	
5,10	<b>5,20</b>	4205,8	140,61	17688753,64	$7,949 \cdot 10^{-6}$	4056,846	3,54
9,90						10972,006	
19,50						30330,889	

5) Για αστέρα HD 40307 η μέση τιμή του λόγου  $D^3/T^2$  είναι  $5,7 \cdot 10^{-6}$

D(form)	D(real)	T(days)	$D^3$	$T^2$	$D^3/T^2$	T(estim) days	Devia- tion %
0,0315						2,343094	
0,0470	0,047	4,31	0,0001038	18,5761	$5,58906 \cdot 10^{-6}$	4,270421	-0,93
0,0780	0,081	9,62	0,0005314	92,5444	$5,74255 \cdot 10^{-6}$	9,129895	-5,37
0,1400	0,134	20,46	0,0024061	418,6116	$5,74782 \cdot 10^{-6}$	21,954115	6,81
0,2640						56,849909	
0,5120						153,54258	
1,0080						424,14532	

#### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ – ΠΗΓΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

1. Karagkiozidis P, "A Mathematical Formula for the Calculation of the Relative Distances of the Orbits of Planets and Satellites. Generalization of the Law of Titius-Bode" 2009. Astronomical Society of the Pacific Conference Series. [http://www.aspbbooks.org/a/volumes/article\\_details/?paper\\_id=31359](http://www.aspbbooks.org/a/volumes/article_details/?paper_id=31359)
2. University of Geneva, Geneva observatory, Three Neptune-mass planets around HD 69830 <http://obswww.unige.ch/exoplanets/hd69830.html>
3. Schneider, J.. "Notes for star HR 8799". *The Extrasolar Planets Encyclopaedia*. <http://exoplanet.eu/star.php?st=HR+8799>. Retrieved 2008-10-13.
4. Mayor et al. (2009). "The HARPS search for southern extra-solar planets, XVIII. An Earth-mass planet in the GJ 581 planetary system". *Astronomy and Astrophysics*. [http://obswww.unige.ch/~udry/GJ581\\_preprint.pdf](http://obswww.unige.ch/~udry/GJ581_preprint.pdf).
5. University of Geneva, Geneva observatory, Mu Ara: a system with 4 planets <http://obswww.unige.ch/exoplanets/hd160691.html>
6. 55 rho<sup>1</sup> Cancri A Planetary System Data. Alexander J. Willman "List of Alex Willman's Recent Work" Princeton University
7. [http://www.princeton.edu/~willman/planetary\\_systems/55rho1Cancr.html](http://www.princeton.edu/~willman/planetary_systems/55rho1Cancr.html)
8. Alexander J. Willman "List of Alex Willman's Recent Work" Princeton University [http://www.princeton.edu/~willman/planetary\\_systems/](http://www.princeton.edu/~willman/planetary_systems/)
9. M. Mayor, S. Udry, C. Lovis, F. Pepe, D. Queloz, W. Benz, J.-L. Bertaux, F. Bouchy, C. Mordasini, and D. Segransan [http://arxiv.org/PS\\_cache/arxiv/pdf/0806/0806.4587v1.pdf](http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0806/0806.4587v1.pdf)