

FORMULE MATHÉMATIQUE POUR LE CALCUL DES POSITIONS DES ORBITES D'EXOPLANÈTES

Polychronis Karagkiozidis - Chimiste
Conseiller Scolaire en Sciences Physiques d'Enseignement Secondaire
 Courriel : info@polkarag.gr Site : <http://www.polkarag.gr>

REMARQUES GÉNÉRALES SUR LA FORMULE

On utilise la même formule mathématique pour évaluer la distance des planètes vis-à-vis de leur étoile ainsi que la distance séparant Jupiter et Uranus de leurs satellites. Il s'agit de :

$$D = \lambda \cdot 2^x + \kappa$$

κ et λ étant des constantes du système et précisément : κ la distance d'un objet relativement petit étant en orbite à proximité du centre du système et λ la différence de κ et de la distance de la première planète ou du premier satellite de la série. [1]

Exemples :

1) Pour les quatre plus grands satellites de Jupiter, nous aurons :

$\kappa = 220000$ km, correspondant à la distance du petit satellite Thébé et
 $\lambda = 210000$ km, correspondant à la différence des distances des orbites de Io et de Thébé. Par conséquent, la formule s'établit comme suit :

$$D = 210000 \cdot 2^x + 220000$$

Satellite	x	D (km)	Distance réelle (km)	Divergence %
Io	0	430.000	421.600	-1,99
Europe	1	640.000	670.900	4,61
Ganymède	2	1.060.000	1.070.000	0,93
Callisto	3	1.900.000	1.883.000	-0,90

2) Pour le système solaire, nous aurons :

$\kappa = 0.4$ UA, correspondant à la distance de Mercure par rapport au Soleil et
 $\lambda = 0.3$ UA, correspondant à la différence des distances des orbites de Vénus et de Mercure. Par conséquent, la formule s'établit comme suit :

$$D = 0.3 \cdot 2^x + 0.4$$

Planète	x	D (UA)	Distance réelle (UA)	Divergence %
Vénus	0	0.7	0.72	-2.87
Terre	1	1	1	0.00
Mars	2	1.6	1.52	5.26
Cérès	3	2.8	2.76	1.45
Jupiter	4	5.2	5.2	0.00
Saturne	5	10	9.6	4.17
Uranus	6	19.6	19.2	2.08

APPLICATION AUX POSITIONS D'EXOPLANÈTES

1) Pour l'étoile HD 69830 [2], [7]

Dont le système comprend trois planètes découvertes à ce jour, il semble que la formule s'établit comme suit :

$$D = 0.0367 \cdot 2^x + 0.0433$$

Planète	x	D (UA)	Distance réelle (UA)	Divergence %
	-1	0.062		
b	0	0.080	0.079	1.25
	1	0.117		
c	2	0.190	0.186	2.16
	3	0.337		
d	4	0.631	0.630	0.08
	5	1.218		
	6	2.392		

Les valeurs (-1), (1), (3), (5), (6) de x correspondent probablement à des planètes qui n'ont pas encore été découvertes.

2) Pour l'étoile HR 8799 [3], [7]

dont le système comprend quatre planètes découvertes à ce jour, il semble que la formule s'établisse comme suit :

$$D = 7.3 \cdot 2^x + 9.4$$

Planète	x	D (UA)	Distance réelle (UA)	Divergence %
	0	13.05	14.5	10
	0	16.7		
d	1	24.0	24	0.00
c	2	38.6	38	1.58
b	3	67.8	68	-0.29
	4	126.2		
	5	243.0		

3) Pour l'étoile Gliese 581 [4], [7]

dont le système comprend quatre planètes découvertes à ce jour, il semble que la formule s'établisse comme suit :

$$D = 0.013 \cdot 2^x + 0.017$$

Planète	x	D (UA)	Distance réelle (UA)	Divergence %
	-1	0.0235		
e	0	0.0300	0.030	0.00
b	1	0.0430	0.041	4.65
c	2	0.0690	0.070	-1.45
	3	0.1210		
d	4	0.2250	0.220	2.22
	5	0.4330		

4) Pour l'étoile HD160691 [5], [7]

dont le système comprend quatre planètes découvertes à ce jour, il semble que pour trois de ces planètes la formule s'établisse comme suit :

$$D = 0.3 \cdot 2^x + 0.3$$

Planète	x	D (UA)	Distance réelle (UA)	Divergence %
	0	0.60		
d	1	0.90	0.92	-2.2
b	2	1.50	1.50	0.0
	3	2.70		
e	4	5.10	5.20	-2.0
	5	9.90		

	6	19.50		
--	---	-------	--	--

La planète (c) pour laquelle la formule n'est pas applicable se situe à une distance de 0,0909 UA.

5) Pour l'étoile HD40307 [8]

dont le système comprend trois planètes découvertes à ce jour, il semble que la formule s'établisse comme suit: $D = 0.031 \cdot 2^x + 0.016$

Planète	x	D (UA)	Distance réelle (UA)	Divergence %
	-1	0.0315		
b	0	0.0470	0.047	0.00
c	1	0.0780	0.081	-3.85
d	2	0.1400	0.134	4.29
	3	0.2640		
	4	0.5120		

6) Pour l'étoile 55_Cancri. [6] dont le système comprend cinq planètes découvertes à ce jour, il semble que la formule s'établisse comme suit:

$$D = 0.0253 \cdot 2^x + 0.0122$$

Planète 55 Cancri	x	D (UA)	Distance réelle (UA)	Divergence %
	-1	0.0249		
e	0	0.0375	0.0380	0.00
	1	0.0628		
b	2	0.1134	0.1150	3.48
c	3	0.2146	0.2401	14.11*
	4	0.4170		
f	5	0.8218	0.7850	0.25
	6	1.6314		
	7	3.2506		
d	8	6.4890	5.9010	-4.37

*Personnellement, je ne considère pas satisfaisantes des divergences approchant les 10%,

7) Pour le pulsar PSR B1257+12 [9] dont le système comprend quatre planètes découvertes à ce jour, il semble que la formule s'établisse comme suit:

$$D = 0.035 \cdot 2^x + 0.325$$

Planet	x	D (AU)	Actual Distance(AU)	Deviation %
	0	0,360	0,360	
c	1	0,395		
d	2	0,465	0,460	
	3	0,605		
e	4	0,885		
	5	1,445		
	6	2,565	2,600	
	7	4,805		

La planète (b) pour laquelle la formule n'est pas applicable se situe à une distance de 0,19 UA.

REMARQUES

- 1) Cette formule faciliterait éventuellement la découverte d'autres exoplanètes au sein d'un même système comme ceux mentionnés plus haut. Pour les valeurs de x auquel ne correspond aucune planète découverte, correspondent probablement à des planètes qui n'ont pas encore été découvertes. D'ailleurs nous pouvons déduire la période de révolution de chaque planète à partir de la distance qui la sépare de son étoile et des caractéristiques de l'étoile même.
- 2) L'application de la formule aux planètes du système solaire et aux satellites de Jupiter et d'Uranus résulte d'une généralisation et d'une modification de la loi de Titius Bode. Cette application fut présentée au congrès intitulé *The 9th Hellenic Astronomical Conference*, 20-24 septembre 2009, Athènes, publié également en juillet 2006 dans *Ouranos*, magazine édité en langue grecque.

ÉVALUATION DES PÉRIODES DE ROTATION DES PLANÈTES NON-DÉCOUVERTES

À partir des grands demi-axes de rotation (D) des exoplanètes découvertes et de leur période de rotation (T), l'on peut évaluer le rapport D^3/T^3 qui, selon la troisième loi de Kepler, est stable. Par la suite, pour chaque système planétaire, nous pouvons calculer la période de rotation T des planètes non-découvertes à partir de leur distance vis-à-vis de leur étoile obtenue au moyen de la formule $D = \lambda \cdot 2^x + k$ et de la valeur moyenne du rapport D^3/T^3 . Pour chaque cas nous considérons que le demi-axe de rotation s'identifie à la distance moyenne de la planète par rapport à son étoile.

1) Pour l'étoile HD 69830 la valeur moyenne du rapport D^3/T^2 est de $6.49 \cdot 10^{-6}$

D(form)	D(réel)	T(jours)	D^3	T^2	D^3/T^2	T(évaluat) jours	Divergence %
0.062						6.01	
0.080	0.079	8.667	0.00049304	75.117	$6.563 \cdot 10^{-6}$	8.88	-2.489
0.117						15.65	
0.190	0.186	31.560	0.00643486	996.034	$6.460 \cdot 10^{-6}$	32.54	-3.097
0.337						76.76	
0.631	0.630	197.000	0.25004700	38809	$6.443 \cdot 10^{-6}$	196.53	0.237
1.218						527.50	
2.392						1452.38	

2) Pour l'étoile HR 8799 la valeur moyenne du rapport D^3/T^2 est de 1.4628

D(form)	D(réel)	T(jours)	D^3	T^2	D^3/T^2	T(évaluation) jours	Divergence %
16.7						56.43	
24.0	24	100	13824	10000	1.382	97.21	2.787
38.6	38	190	54872	36100	1.520	198.28	-4.361
67.8	68	460	314432	211600	1.486	461.59	-0.345
126.2						1172.19	
243.0						3131.97	

3) Pour l'étoile Gliese 581 la valeur moyenne du rapport D^3/T^2 est de $2.457 \cdot 10^{-6}$

D(form)	D(réel)	T(jours)	D^3	T^2	D^3/T^2	T(éval) jours	Divergence %
0.030	0.030	3.149	0.00002700	9.916	$2.7228 \cdot 10^{-6}$	3.315	-5.27
0.043	0.041	5.368	0.00006892	28.815	$2.3918 \cdot 10^{-6}$	5.689	-5.97
0.069	0.073	12.930	0.00038902	167.185	$2.3269 \cdot 10^{-6}$	11.563	10.57
0.120						26.852	
0.225	0.220	66.800	0.01064800	4462.24	$2.3863 \cdot 10^{-6}$	68.089	-1.93
0.433						181.775	

4) Pour l'étoile HD160691 la valeur moyenne du rapport D^3/T^2 est de $8.06 \cdot 10^{-6}$

D(form)	D(réel)	T(jours)	D^3	T^2	D^3/T^2	T(évaluation) jours	Divergen ce %
0.60						163.704	
0.90	0.92	310.55	0.78	96441.30	$8,074 \cdot 10^{-6}$	300.744	3,16
1.50	1.50	643.25	3.38	413770.56	$8,157 \cdot 10^{-6}$	647.098	-0,60
2.70						1562.712	
5.10	5.20	4205.8	140.61	17688753.64	$7,949 \cdot 10^{-6}$	4056.846	3,54
9.90						10972.006	
19.50						30330.889	

5) Pour l'étoile HD 40307 la valeur moyenne du rapport D^3/T^2 est de $5,7 \cdot 10^{-6}$

D(form)	D(réel)	T(jours)	D^3	T^2	D^3/T^2	T(éval) jours	Diverge nce %
0.0315						2.343094	
0.0470	0.047	4.31	0.0001038	18.5761	5.58906E-06	4.270421	-0.93
0.0780	0.081	9.62	0.0005314	92.5444	5.74255E-06	9.129895	-5.37
0.1400	0.134	20.46	0.0024061	418.6116	5.74782E-06	21.954115	6.81
0.2640						56.849909	
0.5120						153.542576	
1.0080						424.145319	

BIBLIOGRAPHIE – RÉFÉRENCE

1. Karagiozidis P, "A Mathematical Formula for the Calculation of the Relative Distances of the Orbits of Planets and Satellites. Generalization of the Law of Titius-Bode" 2009. Astronomical Society of the Pacific Conference Series. http://www.aspbbooks.org/a/volumes/article_details/?paper_id=31359
2. University of Geneva, Geneva observatory, Three Neptune-mass planets around HD 69830 <http://obswww.unige.ch/exoplanets/hd69830.html>
3. Schneider, J.. "Notes for star HR 8799". *The Extrasolar Planets Encyclopaedia*. <http://exoplanet.eu/star.php?st=HR+8799>. Retrieved 2008-10-13.
4. Mayor et al. (2009). "The HARPS search for southern extra-solar planets, XVIII. An Earth-mass planet in the GJ 581 planetary system". *Astronomy and Astrophysics*. http://obswww.unige.ch/~udry/GJ581_preprint.pdf.
5. University of Geneva, Geneva observatory, Mu Ara: a system with 4 planets <http://obswww.unige.ch/exoplanets/hd160691.html>
6. 55 rho¹ Cancri A Planetary System Data. Alexander J. Willman "List of Alex Willman's Recent Work" Princeton University http://www.princeton.edu/~willman/planetary_systems/55rho1Cancr.html
7. Alexander J. Willman "List of Alex Willman's Recent Work" Princeton University http://www.princeton.edu/~willman/planetary_systems/
8. M. Mayor, S. Udry, C. Lovis, F. Pepe, D. Queloz, W. Benz, J.-L. Bertaux, F. Bouchy, C. Mordasini, and D. Segransan http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0806/0806.4587v1.pdf
9. http://www2.astro.psu.edu/users/alex/pulsar_planets_text.html